

## ОБ ОШИБОЧНОСТИ СИСТЕМЫ ЕДИНИЦ СГС

(Архив Русского Физического Общества,  
фонд 001, опись 1, ед. хранения 182)

Зайцев Г. П.

Симметричная электротехническая система К. Гаусса СГС синтезирована из двух общеизвестных систем СГСЭ и СГСМ, причём электрические единицы взяты из СГСЭ, в которой сила тока  $I$  имеет размерность  $L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}$  и магнитные единицы – из СГСМ, в которой  $I = L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$ .

Единица  $I$  входит, явно или неявно, и в электрические, и в магнитные единицы, поэтому эти две категории единиц оказались несогласованными между собой и система СГС оказалась ошибочной, дающей неверные результаты при проверке размерной однородности равенств, в Анализе размерностей и в метрологии.

\* \* \*

**I.** Система СГС, предложенная К. Гауссом и Вебером свыше 100 лет тому назад и допущенная к применению действующими стандартами СССР [1], как оказалось, ошибочна. Докажем это утверждение.

Рассмотрим систему общеизвестных уравнений

$$\begin{aligned} f &= mlt^{-2} \\ f &= q_1q_2/\epsilon_a r^2 \\ f &= \mu_a \cdot i_1 i_2 / 2\pi \cdot l/r \\ q &= i \cdot t \end{aligned} \tag{1}$$

При переходе к единицам измерений она обращается в систему, содержащую 8 единиц измерений:

$$\begin{aligned}
 f_0 &= m_0 i_0 t_0^{-2} \\
 f_0 &= q_0^2 \varepsilon_0^{-1} l_0^{-2} \\
 f_0 &= \mu_0 i_0^2 \\
 f_0 &= i_0 t
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Для её решения 4 любых единицы необходимо считать известными, положив их основными. Используя определительные равенства всех остальных единиц, приведённые в специальных монографиях [2], из системы (2) можно получить ряд систем единиц, в том числе СИ-МКСА и системы Вебера-Гаусса СГС $\varepsilon_0$  и СГС $\mu_0$ . Эти системы автор назвал корректными, поскольку любому набору четырёх основных единиц в системе (2) соответствует одна единственная система единиц.

Для перехода от этих систем к семейству LMT достаточно ввести произвольные предположения, что  $I = L^{\alpha_1} M^{\beta_1} T^{\gamma_1}$ ,

$$\varepsilon_0 = L^{\alpha_2} M^{\beta_2} T^{\gamma_2}, \quad \mu_0 = L^{\alpha_1} M^{\beta_1} T^{\gamma_1},$$

где  $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$  – любые вещественные целые или дробные числа не равные нулю и единице. В частности из системы СИ при  $I$  равном  $L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$  и  $L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$ , из СГС $\varepsilon_0$  при  $\varepsilon_0$  равном  $L^{-2} M^0 T^2$  и  $L^0 M^0 T^0$  и из СГС $\mu_0$  при  $\mu_0$  равном  $L^0 M^0 T^0$  и  $L^{-2} M^0 T^2$  мы соответственно получим системы Максвелла (3, стр. 170) СГСЭ и СГСМ (см. табл. 1). Эти две системы некорректны, так как одному и тому же набору основных единиц L, M, T может соответствовать бесчисленное количество систем единиц. На базе систем СГСЭ и СГСМ можно синтезировать систему СГС. В неё входят электрические единицы из СГСЭ и магнитные единицы из СГСМ. Симметрия получившейся системы СГС созвучна симметрии законов силового взаимодействия электрических зарядов  $q_i$  и фиктивных магнитных масс  $m_i^*$

$$f = q_1 q_2 / \varepsilon_a r^2, \quad f = (m_1^* m_2^*) / \mu_a r^2$$

Таблица

Физич. величины	Опред. ур.	МКСА	СГС $\mu_0$	СГС $\epsilon_0$	$e^\alpha$
Электрич. сопротивл., $R_\Omega$	$R_{\Omega 0} = \varphi_{\Omega 0} i_0^{-1}$	$L^2 M T^{-3} I^{-2}$	$L T^{-1} \mu_0$	$L^{-1} T \epsilon_0^{-1}$	$e^0$
Электрич. ток, I	$I_0 = I_0^2 \mu_0^{-1/2}$	I	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu_0^{-1/2}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2} \epsilon_0^{1/2}$	$e^{-4}$
Эл. емкость, C	$C_0 = \varphi_0^{-1} q_0$	$L^{-2} M^{-1} T^{-4} I^2$	$L^{-1} T^2 \mu_0^{-1}$	$L \epsilon_0$	$e^4$
Эл.-движ. сила; $\varphi_\Omega$	$\varphi_\Omega = A_0 q_0^{-1}$	$L^2 M T^{-3} I^{-1}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2} \mu_0^{1/2}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \epsilon_0^{-1/2}$	$e^{-4}$
Колич. электрич., q	$q_0 = I_0 t_0$	T I	$L^{1/2} M^{1/2} T \mu_0^{-1/2}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \epsilon_0^{1/2}$	$e^0$
Объемн. энерг. эл. поля, W	$W_0 = \epsilon_0 E_0^2$	$L^{-1} M T^{-2}$	$L^{-1} M T^{-2}$	$L^{-1} M T^{-2}$	$e^{-7}$
Напряж. эл. поля, E	$E_0 = f_0 q_0^{-1}$	$L M T^{-3} I^{-1}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-2} \mu_0^{1/2}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \epsilon_0^{-1/2}$	$e^{-5}$
Эл. смещение, D	$D_0 = I_0^{-2} q_0$	$L^{-2} T I$	$L^{-3/2} M^{1/2} T \mu_0^{-1/2}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \epsilon_0^{1/2}$	$e^{-2}$
Эл. постоянная, $\epsilon_0$	$\epsilon_0 = I_0^{-2} f_0^{-1} q_0^2$	$L^{-3} M^{-1} T^4 I^2$	$L^{-2} T^2 \mu_0^{-1}$	$\epsilon_0$	$e^3$
Эл.-динам. постоянн., $C_\Omega$	$C_\Omega = \epsilon_0^{-1/2} \mu_0^{-1/2}$	$L T^{-1}$	$L T^{-1}$	$L T^{-1}$	$e^{-3}$
Магнитн. постоянн., $\mu_0$	$\mu_0 = f_0 I_0^{-2}$	$L M T^{-2} I^{-2}$	$\mu_0$	$L^{-2} T \epsilon_0^{-1}$	$e^3$
Магнитн. индукция, B	$B_0 = I_0^{-1} f_0 I_0^{-1}$	$M T^{-2} I^{-1}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu_0^{1/2}$	$L^{-3/2} M^{1/2} \epsilon_0^{-1/2}$	$e^{-2}$
Напряж. магн. поля, H	$H_0 = B_0 \mu_0^{-1}$	$L^{-1} I$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu_0^{-1/2}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-2} \epsilon_0^{1/2}$	$e^{-5}$
Объемн. энерг. магн. поля, W	$W_0 = \mu_0 H_0^2$	$L^{-1} M T^{-2}$	$L^{-1} M T^{-2}$	$L^{-1} M T^{-2}$	$e^{-7}$
Магн. поток, Ф	$\Phi_0 = I_0^2 B_0$	$L^2 M T^{-2} I^{-1}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1} \mu_0^{1/2}$	$L^{1/2} M^{1/2} \epsilon_0^{-1/2}$	$e^0$
Магн.-движущ. сила, $\varphi_m$	$\varphi_{m0} = I_0$	I	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu_0^{-1/2}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2} \epsilon_0^{1/2}$	$e^{-4}$
Индуктивность, L	$L_0 = \Phi_0 I_0^{-1}$	$L^2 M T^{-2} I^{-2}$	$L \mu_0$	$L^{-1} T^2 \epsilon_0^{-1}$	$e^4$
Магнитн. сопротивл., $R_m$	$R_{m0} = I_0 S_0^{-1} \mu_0^{-1}$	$L^{-2} M^{-1} T^2 I^2$	$L^{-1} \mu_0^{-1}$	$L T^2 \epsilon_0$	$e^{-4}$

Физич. величины	СГСМ	СГСЭ	СГС	СГСН	$e^\alpha$
Электрич. сопротивл., $R_\Omega$	$L T^{-1}$	$L^{-1} T$	$L^{-1} T$	I	$e^0$
Электрич. ток, I	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$	$L M^{1/2} T^{-3/2}$	$e^{-4}$
Эл. емкость, C	$L^{-1} T^2$	L	L	T	$e^4$
Эл.-движ. сила, $\varphi_\Omega$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L M^{1/2} T^{-3/2}$	$e^{-4}$
Колич. электрич., q	$L^{1/2} M^{1/2}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L M^{1/2} T^{-1/2}$	$e^0$
Объемн. энерг. эл. поля, W	$L^{-1} M T^{-2}$	$L^{-1} M T^{-2}$	$L^{-1} M T^{-2}$	$L^{-1} M T^{-2}$	$e^{-7}$
Напряж. эл. поля, E	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$M^{1/2} T^{-3/2}$	$e^{-5}$
Эл. смещение, D	$L^{3/2} M^{1/2}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1/2}$	$e^{-2}$
Эл. постоянная, $\epsilon_0$	$L^{-2} T^2$	I	I	$L^{-1} T$	$e^3$
Эл.-динам. постоянн., $C_\Omega$	$L T^{-1}$	$L T^{-1}$	—	$L T^{-1}$	$e^{-3}$
Магнитн. постоянн., $\mu_0$	I	$L^{-2} T^2$	I	$L^{-1} T$	$e^3$
Магнитн. индукция, B	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{-3/2} M^{1/2}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{-1} M^{1/2} T^{-1/2}$	$e^{-2}$
Напряж. магн. поля, H	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$M^{1/2} T^{-3/2}$	$e^{-5}$
Объемн. энерг. магн. поля, W	$L^{-1} M T^{-2}$	$L^{-1} M T^{-2}$	$L^{-1} M T^{-2}$	$L^{-1} M T^{-2}$	$e^{-7}$
Магн. поток, Ф	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{1/2} M^{1/2}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L M^{1/2} T^{-1/2}$	$e^0$
Магн.-движущ. сила, $\varphi_m$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}$	$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$	$L M^{1/2} T^{-3/2}$	$e^{-4}$
Индуктивность, L	L	$L^{-1} T^2$	L	T	$e^4$
Магнитн. сопротивл., $R_m$	$L^{-1}$	$L T^{-2}$	$L^{-1}$	$T^{-1}$	$e^{-4}$

Симметричная система  $e^\alpha$  с отвлеченной основной единицей «е» строго согласована с системой  $e^\alpha$ , приведенной в «Методическом руководстве». Действительно: 1) Выделяемое током тепло (энергия)  $A_0 = i_0 \varphi_{\Omega 0} t_0 = c^{-4-4+4} = c^{-4}$ ; 2) Мощность тока  $N_0 = i_0 \varphi_0 = c^{-4-8} = c^{-8}$ ; 3) Объемная энергия эл. поля  $W_\Omega = \epsilon_0 E_0^2 = c^{-3-5-2} = c^{-7}$  и т. д. 4)  $[CL] = c^{4+4}$ ;  $[\sqrt{CL}] = [I] = c^4$  и т. д.

**II.** Из таблицы 1 следует, что в определительные равенства электрических и магнитных единиц входит единица силы тока  $i_0$ , размерности которой в системах СГС $\epsilon_0$ , СГСМ не совпадают. Поэтому электрические и магнитные единицы системы СГС

взаимно не согласованы; и эта система не может быть верной. В частности, она не применима в радиотехнике, в формулах которой, как правило, сочетаются электрические и магнитные величины. Так например, период незатухающих электрических колебаний в контуре равен  $t = \sqrt{CL}$ , где  $C$  – ёмкость и  $L$  – индуктивность. В системе СГС

$$[t] = T, [\sqrt{CL}] = \sqrt{L \cdot L} = L, \quad (3)$$

тогда как в системе СИ–МКСА

$$[t] = T, [\sqrt{CL}] = \sqrt{L^{-2}M^{-1}T^4I^2 \cdot L^2MT^{-2}I^{-2}} = T, \quad (4)$$

что согласуется с опытом. Во времена Гаусса радиотехники не было; и опыт не мог ему помочь обнаружить свою ошибку. Не заметил её и И. Е. Тамм (4), применявший систему СГС в своей монографии «Основы теории электричества», поскольку при описании электрических явлений он пользовался, по сути дела, верной системой СГСЭ и при описании магнитных явлений – верной системой СГСМ. Ошибка у него могла возникнуть и, действительно, возникла лишь на стыке электрических и магнитных единиц, при определении размерности электродинамической постоянной  $C_a$ , равной фазовой скорости распространения электромагнитных колебаний в прозрачной для них среде «а». У Тамма, на странице 208, сказано, что в системе СГС

$$[C^2] = [i^2/f] = L^3MT^{-4}/LMT^{-2} = L^2T^{-2}. \quad (5)$$

Во всех же остальных правильных системах СИ–МКСА, СГС $\epsilon_0$ , СГС $\mu_0$ , СГСН, в которых единицы длины и времени входят в число основных, подсчитанная по формуле (5) размерность  $[C_a]$  не равна  $LT^{-1}$ . В частности, в системе СИ

$$[C^2] = \left[\frac{i^2}{f}\right] = \frac{I^2}{LMT^{-2}} = L^{-1}M^{-1}T^2I^2, \quad (6)$$

что свидетельствует об ошибочности применявшейся Таммом формулы (5).

Как известно, фазовая скорость  $C_a$  равна не  $\frac{i}{\sqrt{f}}$ , а

$$C_a = 1/\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}, \quad (7)$$

где  $\varepsilon_a$  и  $\mu_a$  – электрическая и магнитная постоянные среды «а». В системе СГС

$$[C_a] = 1/\sqrt{1 \cdot 1} = 1, \quad (8)$$

в системе же СИ

$$[C_a] = [1/\sqrt{\varepsilon_a \mu_a}] = 1/\sqrt{L^{-3} M^{-1} T^4 I^2 \cdot L M T^{-2} I^{-2}} = L T^{-1}. \quad (9)$$

Следует также отметить, что системы СТС $\mu_0$ , СГС $\varepsilon_0$ , СГСМ, СГСЭ вытекают из системы СИ при подстановке вместо  $I$  выражений

$$L^{1/2} M^{1/2} T^{-1} \mu_0^{-1/2}, \quad L^{3/2} M^{1/2} T^{-2} \varepsilon_0^{1/2}, \quad L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}, \quad L^{3/2} M^{1/2} T^{-2}.$$

Как и следовало ожидать, никакая подстановка не позволяет получить из СИ систему СГС.

Система СГС даёт абсурдные результаты при попытках применения её в Анализе размерностей и при проверке размерной однородности равенств. Так, например, вытекающие из уравнения вынужденных электрических колебаний

$$Lq + Rq + C^{-1}q = \varphi_A \cdot \cos \Omega t \quad (10)$$

критерии подобия

$$\Pi_1 = \frac{tR}{L}, \quad \Pi_2 = \frac{c^{-1} \cdot t^2}{L}, \quad \Pi_3 = \frac{\varphi_A \cdot t^2}{Lq} \quad (11)$$

имеют размерность  $L^{-2} T^2$ , тогда как во всех верных системах единиц они безразмерны.

Симметричная система единиц в электротехнике достаточно удобна. Свободную от ошибок новую симметричную систему

СГСН автор получил, положив в системе СИ:  $I = LM^{1/2}T^{-3/2}$ . Система СГСН внесена в таблицу 1.

В заключение отметим, что некорректные системы единиц, в том числе неверная некорректная система СГС, для целей метрологии непригодны, поскольку некорректные системы получаются из корректных путём внесения в них тех или иных совершенно произвольных предположений. Таблица 2 это подтверждает достаточно наглядно:

Таблица 2

Величина	СГСМ	СГСЭ	СГСН	СГС	СИ
Эл. ёмкость С	$L^{-1}T^2$	L	T	L	$L^2M^{-1}T^4I^2$
Индуктивность L	L	$L^{-1}T^2$	T	L	$L^2MT^{-2}I^2$

В таблицах единиц физических величин и переводных коэффициентов мы, например, находим [2, стр. 179÷180], что единица эл. ёмкости СГС = 1 см =  $(1/9) \cdot 10^{-11}$  фарады, единица индуктивности СГС = 1 см =  $1 \cdot 10^{-9}$  генри.

Эти равенства нельзя признать корректными, так как из них следует что  $(1/9) \cdot 10^{-11}$  ф =  $10^{-9}$  гн, хотя в системе СИ размерности фарады и генри не совпадают.

Вернёмся к равенству И. Е. Тамма (5), которое автор назвал ошибочным. Верное равенство

$$[i^2/f] = [\mu_a^{-1}] \quad (12)$$

вытекает из силового взаимодействия двух токов, показанного в формулах (1), (2). Во всех верных системах обе части равенства (12) должны иметь одинаковые размерности. В системе СИ они взаимно равны:

$$[i^2/f] = [\mu_a^{-1}] = L^{-1}M^{-1}T^2I^2,$$

тогда как в системе СГС они различны:

$$[i^2/f] = L^3MT^4/LMT^{-2} = L^2T^2, \quad [\mu_a] = 1.$$

Для понижения в системах МКСА, СГС  $\epsilon_0$ , СГС  $\mu_0$  числа основных единиц с четырёх до трёх необходимо ввести в систему

уравнений (2) какое-либо предположение. Приняв  $\varepsilon_0 = \mu_0$  и пользуясь таблицей 1 соответственно найдём, что

$$I = LM^{1/2}T^{-3/2}, \quad \varepsilon_0 = L^{-1}T, \quad \mu_0 = L^{-1}T.$$

Подставив  $I$ ,  $\varepsilon_0$ ,  $\mu_0$  в соответственные системы единиц придём к одной и той же предложенной Г. П. Зайцевым новой симметричной системе СГСН, свободной от недостатков системы СГС.

Для понижения числа основных единиц Гаусс ввёл два предположения, что  $\varepsilon_0 = 1$  и  $\mu_0 = 1$ , которые равносильны предположениям  $\varepsilon_0 = \mu_0$  и  $\varepsilon_0 = 1$  (или  $\mu_0 = 1$ ). Первое из них даёт систему СГСН, в которой  $\varepsilon_0 = \mu_0 = L^{-1}T$ . Дополнительное предположение  $\varepsilon_0 = L^{-1}T = 1$  равносильно предположению, что  $L = T$ , при котором любая система с тремя основными единицами ЛМТ обратится в системы ЛМ или МТ, содержащие по две основных единицы. Поэтому система СГС не имеет права на существование.

## ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТы 8033–56, 8849–58, 7932–56, 8848–63.

2. Г. Д. Бурдун. Единицы физических величин, изд. Комитета стандартов, мер и измерительных приборов при СМ СССР. – Москва, 1967.

3. А.В. Беклемишев. Меры и единицы физических величин, стр. 170. – Москва, Гос. изд. физ.-матем. литературы, 1963.

4. И.Е. Тамм. Основы теории электричества. – Москва, Физматгиз, 1954.

г. Волгоград, 20 февраля 1975 г.

**Зайцев Георгий Павлович** (1898 – 1979), – доктор технических наук, профессор Волгоградского Инженерно-строительного института.

.....

Опубликовано: журнал ЖРФМ, 1994, № 1-4.